جامعة البعث   امتحان مقرر الميكانيك2   اسم الطالب :

كليــة العلوم   العلامة : 100 (مائة درجة)

قسم الرياضيات   السنة الثالثة رياضيات   المدة: ساعة ونصف

الدورة الإضافية 2014 - 2015

السؤال الأول(16درجة): اختر الإجابة الصحيحة:

1) عزم عطالة قضيب، طوله L وكتلته m بالنسبة لطرفه يساوي:

A) $\frac{m L^2}{3}$ ، B) $\frac{mL^2}{6}$ ، C) $\frac{mL^2}{12}$ ، D) كل ماسبق خطأ.

2) عزم عطالة قضيب، طوله L وكتلته m ، بالنسبة لمركز كتله، يساوي:

A) $\frac{mL^2}{3}$ ، B) $\frac{mL^2}{4}$ ، C) $\frac{mL^2}{6}$ ، D) $\frac{mL^2}{12}$.

3) عزم عطالة سلك دائري، كتلته m ، ونصف قطره r بالنسبة لمركز كتله، يساوي:

A) $\frac{mr^2}{2}$ ، B) $\frac{mr^2}{4}$ ، C) $\frac{mr^2}{6}$ ، D) mr^2.

4) عزم عطالة صفيحة دائرية، كتلتها m ونصف قطرها r بالنسبة لمركز كتلها، يساوي:

A) $\frac{mL^2}{2}$ ، B) $\frac{mr^2}{4}$ ، C) $\frac{3mr^2}{2}$ ، D) كل ماسبق خطأ.

السؤال الثاني(31 درجة): جسم صلب على شكل متوازي مستطيلات، وكل من قاعدتيه السفلية $A_1A_2A_3A_4$، والعلوية $A_5A_6A_7A_8$ مربعة الشكل وطول ضلعها $2L$، وارتفاعه L ، منسوب إلى جملة مقارنة نظامية، متماسكة معه $OX_sY_sZ_s$، فيها O مركز القاعدة السفلية، و OY_s، OX_s يوازيان ضلعيها، المطلوب:1) احسب كلاً من I_{OZ_s}، I_{OY_s}، I_{OX_s}، وما نوع المحور OZ_s؟ ، 2) أوجد جداءات العطالة $P_{Z_sX_s}$ $P_{Y_sZ_s}$ $P_{X_sY_s}$، وماذا تستنتج؟.

السؤال الثالث(15 درجة): اكتب نص النظرية الأساسية في علم حركة الجسم الصلب، وأثبت صحتها.

السؤال الرابع(16 درجة): قضيب AB ، يتحرك في المستوي الشاقولي النظامي OXY، حيث A تتحرك على OX، و B تتحرك على OY دوماً ، المطلوب:

1) ارسم الشكل المناسب، وأوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين حركة القضيب، 2) أوجد منحني القاعدة ومنحني المتدحرج.

السؤال الخامس(22 درجة): إذا كان الجسم الوارد في السؤال الثاني يتحرك حول O بحيث يبقى أحد ضلعي القاعدة يوازي المستوي الأفقي، فالمطلوب:

1) ارسم الشكل المناسب بالتفصيل وأوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين حركة الجسم.

2) أوجد سطح المتدحرج وسطح القاعدة.

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح   مدرس المقرر : د.كامل محمد

كلية العلوم
قسم الرياضيات
سنة ثالثة

سلم تصحيح امتحان
ميكانيك ، دورة إضافية

A (1 : D (2 ، D (3 ، D (4 — 16 = 4·4

ج2 : 31 — الرسم وحدود التكامل :

(6) $-L \leq x_s \leq L \;,\; -L \leq y_s \leq L \;,\; 0 \leq z_s \leq L$

ط : لإيجاد عزوم العطالة بالنسبة للمحاور ox_s, oy_s, oz_s .

يستخدم الطالب الطريقة التي يشاء فيحصل على النتائج التالية :

$$I_{x_s} \overset{(4)}{=} I_{y_s} \overset{(4)}{=} I_{z_s} \overset{(4)}{=} \frac{2mL^2}{3}$$

ومن الفرض يتضح أن المحور oz_s محور تناظر هندسي للجسم ومن تعريف محور التناظر الديناميكي فإن oz_s محور تناظر ديناميكي لأن $I_{x_s}=I_{y_s}$ (علامة) (1)

طلب ثاني :

حساب جداءات العطالة : من الواضح أن ox_sz_s مستوي تناظر هندسي للجسم لذلك يكون :

$$P_{x_sy_s} = P_{y_sz_s} = 0$$

و oy_sz_s مستوي تناظر هندسي أيضاً للجسم لذلك يكون

$$P_{x_sy_s} = P_{x_sz_s} = 0$$

ومنه نجد :

$$P_{x_sy_s} = P_{y_sz_s} = P_{x_sz_s} = 0 \quad (3)(3)(3)$$

من ذلك نستنتج أن المحاور ox_s, oy_s, oz_s محاور أساسية للعطالة. (3)

ويمكن للطالب أن يستخدم طريقة الحساب المباشر.

ج3 : 15 — الشرط اللازم والكافي حتى تكون المجموعة S المتحركة تتحرك كمجموعة متماسكة هو أن يكون مسقطا سرعتي أي نقطتين منها على المستقيم الواصل بينهما متساويان أي : (3)

$$\forall A,B \in S \;\text{مجموعة متماسكة} \iff \underset{AB}{pro}\,\vec{V}(A) = \underset{AB}{pro}\,\vec{V}(B)$$

البرهان: لو كانت المجموعة s المتحركة متماسكة فإن:

(3) $\forall A, B \in s \Leftrightarrow |\vec{AB}| = c \; ; \; c = const \Leftrightarrow (\vec{AB})^2 = c^2 \Leftrightarrow$

$$2\,\vec{AB}\,\frac{d\vec{AB}}{dt} = 0$$

لا يمكن أن يكون $\vec{AB} = 0$ يناقض الفرض المجموعة متماسكة

ولا يمكن أن يكون $\frac{d\vec{AB}}{dt} = 0$ لأن s مجموعة متحركة

بينما المقبول أن يكون $\vec{AB} \perp \frac{d\vec{AB}}{dt}$ $\Leftrightarrow$

(4) وحسب شال $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$

$$\frac{d\vec{AB}}{dt} = \frac{d\vec{OB}}{dt} - \frac{d\vec{OA}}{dt} = \vec{V}(B) - \vec{V}(A)$$

(3) $\vec{AB}(\vec{V}(B) - \vec{V}(A)) = 0 \Leftrightarrow \vec{AB}\cdot\vec{V}(B) = \vec{AB}\cdot\vec{V}(A) \Leftrightarrow$

حسب تعريف الجداء السلمي

(2)
$$\begin{cases} |\vec{AB}|\cdot|\vec{V}(B)|\cos\varphi = |\vec{AB}|\cdot|\vec{V}(A)|\cos\theta \\ \varphi = (\widehat{\vec{AB}, \vec{V}(B)}) \quad , \quad \theta = (\widehat{\vec{AB}, \vec{V}(A)}) \end{cases} \Leftrightarrow$$

حسب تعريف الجداء السلمي:

$$|\vec{V}(B)|\cos\varphi = |\vec{V}(A)|\cos\theta \Leftrightarrow pro_{AB}\,\vec{V}(B) = pro_{AB}\,\vec{V}(A)$$

و. هـ. م.

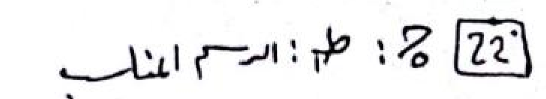
ج 16 : ط₁: الرسم المناسب وإثبات أن الوسطاء الكافية لتعيين موضع القضيب هي وسيط وحيد هو الزاوية φ (زاوية دورانه حول نقطة معينة منه.

ط₂: إيجاد منحني القاعدة (بأي طريقة) وهو منحني دائري مركز دائرته (5) O ونصف قطرها L بمعادلة: $X^2 + Y^2 = L^2$ (حيث X و Y احداثيا المركز الآني I في الثابتة OXY)

إيجاد منحني المتدحرج (بأي طريقة) وهو منحني دائري مركز دائرته $G(0, \frac{L}{2})$ ونصف قطرها $\frac{L}{2}$ ومعادلته (5) $X_s^2 + (Y_s - \frac{L}{2})^2 = \frac{L^2}{4}$

حيث (X_s, Y_s) احداثيا I في الجملة المتماسكة مع القضيب وهي AX_sY_s.

[22] ج: ط: الرسم المناسب



وإثبات أن الوسطاء المستقلة اللازمة لتعيين وضع الجسم هي الزاويتين:

$\varphi = (\widehat{OX, OX_1})$ الترنح حول OZ

$\theta = (\widehat{OZ, OZ_1})$ التأرجح حول OX_1 المنطبق على OX_s.

(10)

ط:

إيجاد سطح المتدحرج:

$$P_s = \dot\theta \;,\; q_s = \dot\varphi \sin\theta \;,\; r_s = \dot\varphi\cos\theta$$

(6)

$$\frac{X_s}{p_s} = \frac{Y_s}{q_s} = \frac{Z_s}{r_s} \Rightarrow \frac{X_s}{\dot\theta} = \frac{Y_s}{\dot\varphi\sin\theta} = \frac{Z_s}{\dot\varphi\cos\theta} \Rightarrow Y_s^2 + Z_s^2 = \left(\frac{\dot\varphi}{\dot\theta}\right)^2 X_s^2$$

وهو سطح مخروطي محور تناظره OX_s

إيجاد سطح القاعدة:

$$p = \dot\theta\cos\varphi \;,\; q = \dot\theta\sin\varphi \;,\; r = \dot\varphi$$

(6)

$$\frac{X}{p} = \frac{Y}{q} = \frac{Z}{r} \Rightarrow \frac{X}{\dot\theta\cos\varphi} = \frac{Y}{\dot\theta\sin\varphi} = \frac{Z}{\dot\varphi} \Rightarrow X^2 + Y^2 = \left(\frac{\dot\theta}{\dot\varphi}\right)^2 Z^2$$

وهو سطح مخروطي محور تناظره OZ.

د. م. م

— د —